Министерство образования Самарской области

АССОЦИАЦИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ "ИНСТИТУТ НАПРАВО.РУ"

УТВЕРЖДЕНО
Приказ директора
от 07.08.2024 № 012/2/с

Воробьев К.А.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика

Специальность 09.02.10 Разработка компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности
Квалификация: разработчик компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности
Форма обучения: очная
На базе основного общего образования
Срок получения образования: 3 года 10 месяцев

Тольятти, 2024г.

Содержание

1. Назначение и организация практикума 3

2. Состав работ и представление результатов 3

3. Практические работы 3

Работа 1. Выборка и описательная статистика 3

Работа 2. Условная вероятность 4

Работа 3. Биномиальная модель 5

Работа 4. Корреляция и линейная регрессия 6

Работа 5. План сравнения двух вариантов 6

Работа 6. Доверительный интервал среднего 7

4. Комплексное учебное задание 8

5. Термины и понятия 8

6. Таблица наблюдений 8

7. Использованные источники 9

1. Назначение и организация практикума

Вероятностные расчёты и анализ результатов измерений игрового процесса.

Указания предназначены для обучающихся по специальности 09.02.10 «Разработка компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности», квалификация — разработчик компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности.

Компонент	Учебная нагрузка
Индекс и наименование	ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика
Общий объём	66 академических часов
Практические занятия	40 академических часов
Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачёт — семестр 4

Перед работой изучаются её исходные данные и проверяемые результаты. Затем выполняются последовательные действия, сопоставляется учебный пример и решаются самостоятельные варианты. Ответ включает ход работы и подтверждение результата. Использование готового примера без выполнения своего варианта не подтверждает освоение действия.

Подготовленные материалы: Исходная обезличенная таблица; Расчёты и диаграммы; План эксперимента с ограничениями.

2. Состав работ и представление результатов

Работа	Тема и результат
1	Выборка и описательная статистика. У А и Б дисперсия также 7.
2	Условная вероятность. В А общая вероятность 0,68; условные 0,8 и 0,6.
3	Биномиальная модель. А: вероятность хотя бы одного 0,75.
4	Корреляция и линейная регрессия. А: коэффициент −1.
5	План сравнения двух вариантов. В А и Б разность долей одинакова, точность оценки различается.
6	Доверительный интервал среднего. А: [19,02;20,98].

В отчёте указываются тема, вариант, исходные данные, ход выполнения, проверка результата и вывод. Таблицы и графики снабжаются названиями и единицами измерения, где они применимы. Результаты оцениваются по критериям фонда оценочных средств.

3. Практические работы

Работа 1. Выборка и описательная статистика

Краткие теоретические сведения

Среднее учитывает все значения, медиана характеризует центр упорядоченного ряда. Выборочная дисперсия с делителем n−1 используется для несмещённой оценки дисперсии генеральной совокупности.

Исходные данные

Время выполнения задания, с: 8,10,10,12,15.

Порядок выполнения

1. Упорядочить ряд и проверить единицы.

2. Найти среднее, медиану и размах.

3. Вычислить отклонения и сумму их квадратов.

4. Найти выборочную дисперсию и сформулировать ограничение малой выборки.

Разбор учебного примера

Среднее 11, медиана 10, размах 7. Квадраты отклонений: 9,1,1,1,16; сумма 28; исправленная дисперсия 28/4=7, стандартное отклонение $\sqrt{7}\approx 2{,}646$ с.

Задания для самостоятельного выполнения

А: 5,7,7,9,12.

Б: 4,6,6,8,11.

В: добавить к каждому исходному значению 100.

Проверка результата

— У А и Б дисперсия также 7.

— При прибавлении 100 среднее увеличится на 100, дисперсия не изменится.

— Не путать секунды и квадрат секунд.

Вопросы для самоконтроля

1. Чем медиана отличается от среднего?

2. Зачем исправляют делитель дисперсии?

3. Можно ли по пяти наблюдениям уверенно описать всех пользователей?

Работа 2. Условная вероятность

Краткие теоретические сведения

Условная вероятность вычисляется внутри выбранной группы. Независимость означает сохранение вероятности при условии другого события и не равна несовместимости.

Исходные данные

Из 100 прохождений: 40 с подсказкой, из них успешных 30; без подсказки успешных 36.

Порядок выполнения

1. Построить таблицу 2×2 с итогами.

2. Найти вероятность успеха и условные вероятности.

3. Сравнить P(успех

4. подсказка) с P(успех).

5. Объяснить, почему наблюдение ещё не доказывает причинный эффект подсказки.

Разбор учебного примера

Всего успехов 66; P(успех)=0,66. С подсказкой 30/40=0,75, без неё 36/60=0,6. Подсказка могла чаще включаться в определённых уровнях: для вывода нужен контроль условий.

Задания для самостоятельного выполнения

А: из 50 прохождений 20 с подсказкой, успехов в группах 16 и 18.

Б: поменять местами группы исходных данных.

В: построить независимый пример с одинаковой долей успеха в группах.

Проверка результата

— В А общая вероятность 0,68; условные 0,8 и 0,6.

— Все доли находятся в [0;1].

— Суммы строк и столбцов должны совпадать с общим числом.

Вопросы для самоконтроля

1. Что входит в знаменатель условной вероятности?

2. Чем корреляция отличается от причинности?

3. Как проверить независимость по таблице?

Работа 3. Биномиальная модель

Краткие теоретические сведения

Биномиальное распределение применяют для независимых испытаний с одинаковой вероятностью успеха. Нужно обосновать эти предпосылки до подстановки в формулу.

Исходные данные

Вероятность выпадения предмета 0,2 в каждой из 3 независимых попыток.

Порядок выполнения

1. Задать число испытаний и смысл успеха.

2. Найти вероятность ровно одного успеха.

3. Найти вероятность хотя бы одного через противоположное событие.

4. Проверить сумму вероятностей для k=0,1,2,3.

Разбор учебного примера

$P(X=1)=C(3,1)\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8^2=0{,}384$. $P(X\geq 1)=1-0{,}8^3=0{,}488$. Полный ряд: 0,512;0,384;0,096;0,008, сумма 1.

Задания для самостоятельного выполнения

А: n=2, p=0,5.

Б: n=3, p=0,5.

В: сравнить независимые попытки с механизмом гарантированного приза на третьей попытке.

Проверка результата

— А: вероятность хотя бы одного 0,75.

— Б: вероятность ровно одного 0,375.

— В: постоянная вероятность p уже не описывает изменяющийся механизм.

Вопросы для самоконтроля

1. Когда испытания зависимы?

2. Почему событие «хотя бы один» удобно дополнять?

3. Как интерпретировать математическое ожидание np?

Работа 4. Корреляция и линейная регрессия

Краткие теоретические сведения

Корреляция описывает силу линейной связи, но не устанавливает причинность. Перед расчётом проверяют парность наблюдений и отсутствие ошибок единиц.

Исходные данные

x — число объектов: 1,2,3; y — время кадра: 4,6,8 мс.

Порядок выполнения

1. Нанести парные значения на диаграмму.

2. Найти средние и центрированные значения.

3. Построить прямую наименьших квадратов.

4. Проверить остатки и описать ограниченность набора данных.

Разбор учебного примера

Средние 2 и 6. Наклон 2, свободный член 2; y=2x+2. Остатки нулевые, коэффициент корреляции 1. Это учебный набор без шума, а не доказательство точной зависимости для любой сцены.

Задания для самостоятельного выполнения

А: y=8,6,4 при тех же x.

Б: y=3,3,3.

В: добавить точку (4;11) и повторить расчёт.

Проверка результата

— А: коэффициент −1.

— Б: корреляция не определена из-за нулевой дисперсии y.

— В: остатки уже не все нулевые.

Вопросы для самоконтроля

1. Что означает отрицательная корреляция?

2. Когда коэффициент не определён?

3. Почему нельзя менять пары x и y местами независимо?

Работа 5. План сравнения двух вариантов

Краткие теоретические сведения

В сравнительном эксперименте заранее задают метрику, единицу наблюдения, правило включения данных и процедуру распределения пользователей. Повторные попытки одного пользователя не следует безусловно считать независимыми людьми.

Исходные данные

Два интерфейса проверяются по 50 пользователям: в А успешно завершили 35, в Б — 40.

Порядок выполнения

1. Рассчитать доли успеха и разность в процентных пунктах.

2. Определить возможные смешивающие факторы.

3. Сформировать план случайного распределения и регистрации отказов.

4. Разграничить описательный результат и статистически подтверждённый вывод.

Разбор учебного примера

Доли 70% и 80%, разность 10 процентных пунктов. Относительное увеличение составляет (0,8−0,7)/0,7≈14,29%. Эти числа сами по себе не определяют статистическую значимость.

Задания для самостоятельного выполнения

А: успехи 70/100 и 80/100.

Б: успехи 7/10 и 8/10.

В: в варианте Б использовалась другая сложность задания.

Проверка результата

— В А и Б разность долей одинакова, точность оценки различается.

— Разность процентов и процентных пунктов записывается корректно.

— В варианте В требуется устранить смешение условий.

Вопросы для самоконтроля

1. Что считать единицей наблюдения?

2. Почему нужен план до получения результата?

3. Какие исключения из выборки следует фиксировать?

Работа 6. Доверительный интервал среднего

Краткие теоретические сведения

При известном стандартном отклонении и нормальной модели среднее имеет стандартную ошибку $\sigma/\sqrt{n}$. Интервал оценивает параметр модели; он не означает, что заданная доля отдельных наблюдений лежит внутри него.

Исходные данные

$n=100$, среднее 50 с, известное $\sigma=10$ с; для 95%-ного интервала дан квантиль 1,96.

Порядок выполнения

1. Проверить предпосылки и единицы.

2. Найти стандартную ошибку.

3. Вычислить границы по $\bar{x}\pm1{,}96\sigma/\sqrt{n}$.

4. Повторить расчёт при увеличенном объёме выборки.

Разбор учебного примера

Стандартная ошибка 1 с; границы 48,04 и 51,96 с. При $n=400$ ошибка 0,5 с, границы 49,02 и 50,98.

Задания для самостоятельного выполнения

А: $n=100$, среднее 20, $\sigma=5$.

Б: объяснить, почему при неизвестном σ нельзя молча использовать ту же формулу как точную.

Проверка результата

— А: [19,02;20,98].

— В выводе указан оцениваемый параметр — среднее, а не отдельное прохождение.

Вопросы для самоконтроля

1. Как размер выборки влияет на ширину?

2. Почему важно различать известное и оценённое стандартное отклонение?

4. Комплексное учебное задание

Составьте план исследования времени прохождения уровня. Подготовьте таблицу минимум из 20 учебных наблюдений с явной пометкой их модельного характера, вычислите описательные показатели, постройте графики и объясните, какие выводы эти данные позволяют и не позволяют сделать.

Этапы и предъявляемые материалы

Этап	Результат
1	Исходная обезличенная таблица
2	Расчёты и диаграммы
3	План эксперимента с ограничениями

Выполненная работа представляется с исходными данными, объяснением принятых решений и проверками. Изменения исходного условия согласуются до выполнения расчётов или реализации. При защите обучающийся воспроизводит один основной и один граничный либо отрицательный сценарий и объясняет полученный результат.

Контроль готовности

— У А и Б дисперсия также 7.

— В А общая вероятность 0,68; условные 0,8 и 0,6.

— А: вероятность хотя бы одного 0,75.

— А: коэффициент −1.

— В А и Б разность долей одинакова, точность оценки различается.

— А: [19,02;20,98].

5. Термины и понятия

Термин	Содержание
Выборка	Набор наблюдений, используемых для изучения совокупности.
Вероятность	Численная мера возможности события в заданной модели.
Дисперсия	Мера разброса относительно среднего.
Корреляция	Характеристика совместного изменения величин.

6. Таблица наблюдений

Найдите среднее, медиану и выборочную дисперсию с делением на n − 1.

Попытка	Время, с
1	8

Попытка	Время, с
2	10
3	10
4	12
5	15

7. Использованные источники

1. Денежкина, И. Е., Теория вероятностей и математическая статистика.: учебное пособие / И. Е. Денежкина, С. Е. Степанов, И. И. Цыганок. — Москва: КноРус, 2024. — 302 с. — ISBN 978-5-406-13412-2. — URL: https://book.ru/book/954525

2. Дмитриева, О. В., Статистика: учебник / О. В. Дмитриева. — Москва: КноРус, 2023. — 322 с. — ISBN 978-5-406-11081-2. — URL: https://book.ru/book/947722

3. Попова, А. А., Статистика. Практикум: учебное пособие / А. А. Попова, Э. Ю. Чурилова, под ред. В. Н. Салина, Е. П. Шпаковской. — Москва: КноРус, 2024. — 307 с. — ISBN 978-5-406-12512-0. — URL: https://book.ru/book/952666

4. Павлов С.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.В. Павлов. – Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2022. – 186с. – (ВО: Бакалавриат). Режим доступа: https://znanium.com/read?id=399257

5. Демин И. В. Задачи по курсу «Дискретная математика». Самара: Самарский университет, 1998. 30 с. URL: https://repo.ssau.ru/bitstream/Metodicheskie-izdaniya/Zadachi-po-kursu-Diskretnaya-matematika-Elektronnyi-resurs-1-semestr-metod-ukazaniya-dlya-studentov-mehmat-fak-81134/1/Демин И.В. Задачи 1998.pdf